

三线摆法测刚体的转动惯量

一、实验简介

转动惯量是刚体转动时惯性的量度，其量值取决于物体的形状、质量、质量分布及转轴的位置。刚体的转动惯量有着重要的物理意义，在科学实验、工程技术、航天、电力、机械、仪表等工业领域也是一个重要参量。对于几何形状简单、质量分布均匀的刚体可以直接用公式计算出它相对于某一确定转轴的转动惯量。对于任意刚体的转动惯量，通常是用实验方法测定出来的。测定刚体转动惯量的方法很多，通常的有三线摆、扭摆、复摆等。

本实验要求学生掌握用三线摆测定物体转动惯量的方法,并验证转动惯量的平行轴定理。

二、实验原理

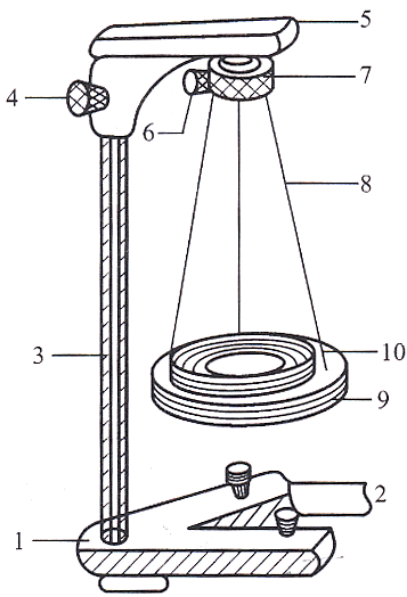


图 1 三线摆结构示意图

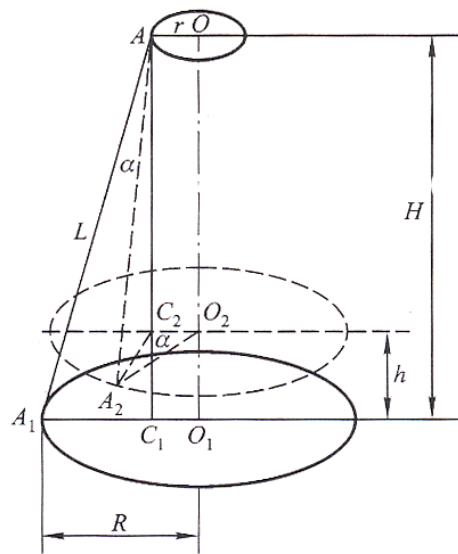


图 2 下圆盘的扭转振动

- 1—底座；2—底座上的调平螺丝；3—支杆；4—悬架和支杆连接的固定螺丝；5—悬架；
6—上圆盘悬线的固紧螺丝；7—上圆盘；8—悬线；9—下圆盘；10—待测金属环；

当上、下圆盘水平时，将上圆盘绕竖直的中心轴线 O_1O 转动一个小角度，借助悬线的张力使悬挂的大圆盘绕中心轴 O_1O 作扭转摆动。同时，下圆盘的质心 o_1 将沿着转动轴升降，如右图中右图所示。H 是上、下圆盘中心的垂直距离；h 是下圆盘在振动时上升的高度； α 是扭转角。显然，扭转的过程也是圆盘势能与动能的转化过程。扭转的周期与下圆盘（包括置于上面的刚体）的转动惯量有关。

当下圆盘的扭转角 α 很小时，下圆盘的振动可以看作理想的简谐振动。其势能 E_p 和动能 E_k 分别为：

$$E_p = m_0gh \quad (1)$$

$$E_k = \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_0 \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 \quad (2)$$

式中 m_0 是下圆盘的质量，g 为重力加速度，h 为下圆盘在振动时上升的高度，

$\frac{d\alpha}{dt} = \omega$ 为圆频率， $\frac{dh}{dt}$ 为下圆盘质心的速度， I_0 为圆盘对 O_1O 轴的转动惯量。

若忽略摩擦力的影响，则在重力场中机械能守恒：

$$\frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_0 \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + m_0gh = \text{恒量} \quad (3)$$

因下圆盘的转动能远大于上下运动的平动能，于是近似有

$$\frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + m_0gh = \text{恒量} \quad (4)$$

又通过计算可得：

$$h = \frac{Rr\alpha^2}{2H} \quad (5)$$

将 (5) 代入 (4) 并对 t 求导，可得：

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{m_0gRr}{I_0H} \alpha \quad (6)$$

该式为简谐振动方程，可得方程的解为：

$$\omega^2 = \frac{m_0 g R r}{I_0 H} \quad (7)$$

因振动周期 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$ ，代入上式得： $\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{m_0 g R r}{I_0 H}$

故有：

$$I_0 = \frac{m_0 g R r}{4\pi^2 H} T_0^2 \quad (8)$$

由此可见，只要准确测出三线摆的有关参数 m_0 、 R 、 r 、 H 和 T_0 ，就可以精确地求出下圆盘的转动惯量 I_0 。

如果要测定一个质量为 m 的物体的转动惯量，可先测定无负载时下圆盘的转动惯量 I_0 ，然后将物体放在下圆盘上，并注意，必须让待测物的质心恰好在仪器的转动轴线上。测定整个系统的转动周期 T_1 ，则系统的转动惯量 I_1 可由下式求出：

$$I_1 = \frac{(m_0 + m)gRr}{4\pi^2 H_1} T_1^2 \quad (9)$$

式中 H_1 为放了待测物之后的上、下圆盘间距，一般可以认为 $H_1 \approx H$ 。待测物的转动惯量 I 为：

$$I = I_1 - I_0 = \frac{gRr}{4\pi^2 H} [(m_0 + m)T_1^2 - m_0 T_0^2] \quad (10)$$

用这种方法，在满足实验要求的条件下，可以测定任何形状物体的转动惯量。

用三线摆可以验证转动惯量的平行轴定理。物体的转动惯量取决于物体的质量分布以及相对于转轴的位置。因此，物体的转动惯量随转轴不同而改变，转轴可以通过物体内部，也可以通过物体外部。根据平行轴定理，物体对于任意轴的转动惯量 I_a ，等于通过此物体以质心为轴的转动惯量 I_c 加上物体质量 m 与两轴间距离 d 平方的乘积，写成：

$$I_a = I_c + md^2 \quad (11)$$

通过改变待测物体质心与三线摆中心转轴的距离，测量 I_a 与 d^2 的关系便可验证转动惯量的平行轴定理。

三、实验内容

1. 了解三线摆原理以及有关三线摆实验器材的知识
2. 用三线摆测量圆环的转动惯量，并验证平行轴定理

(1) 测定仪器常数 H 、 R 、 r

恰当选择测量仪器和用具，减小测量不确定度。自拟实验步骤，确保三线摆上、下圆盘的水平，使仪器达到最佳测量状态。

(2) 测量下圆盘的转动惯量

三线摆上方的小圆盘，使其绕自身转动一个角度，借助线的张力使下圆盘作扭摆运动，而避免产生左右晃动。自己拟定测量下圆盘转动惯量的方法。

(3) 测量圆环的转动惯量

下圆盘上放上待测圆环，注意使圆环的质心恰好在转动轴上，测量圆环的质量和内、外直径。利用公式求出圆环的转动惯量。

(4) 验证平行轴定理

将质量和形状尺寸相同的两金属圆柱体对称地放在下圆盘上。测量圆柱体质心到中心转轴的距离。计算圆柱体的转动惯量。

四、实验仪器

三线摆，米尺，游标卡尺，电子停表等，整体图如下：



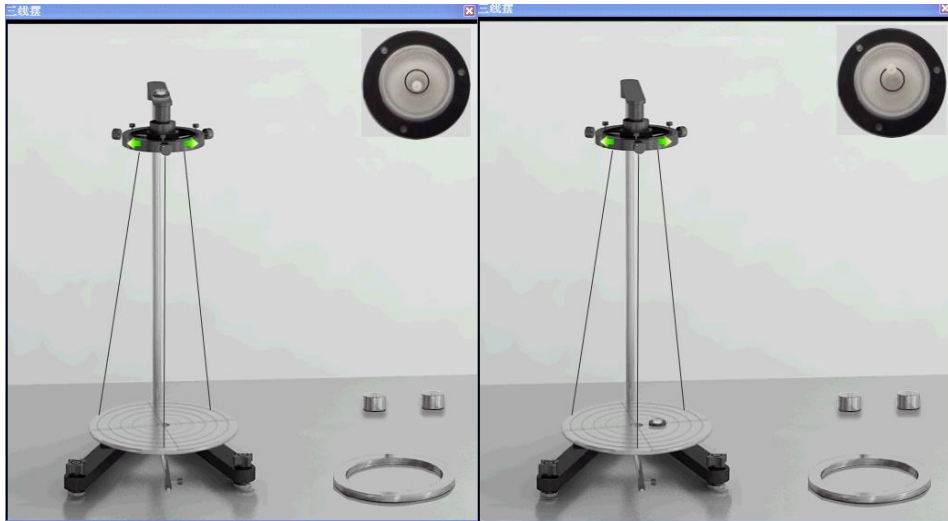
三线摆的整体图

三线摆：

双击整体图中的三线摆，出现三线摆的界面。三线摆包含圆柱体，圆环，水平仪等，如下图所示。



将水平仪分别拖动到三线摆支架上方和下圆盘中，测量三线摆是否水平，如下图所示：

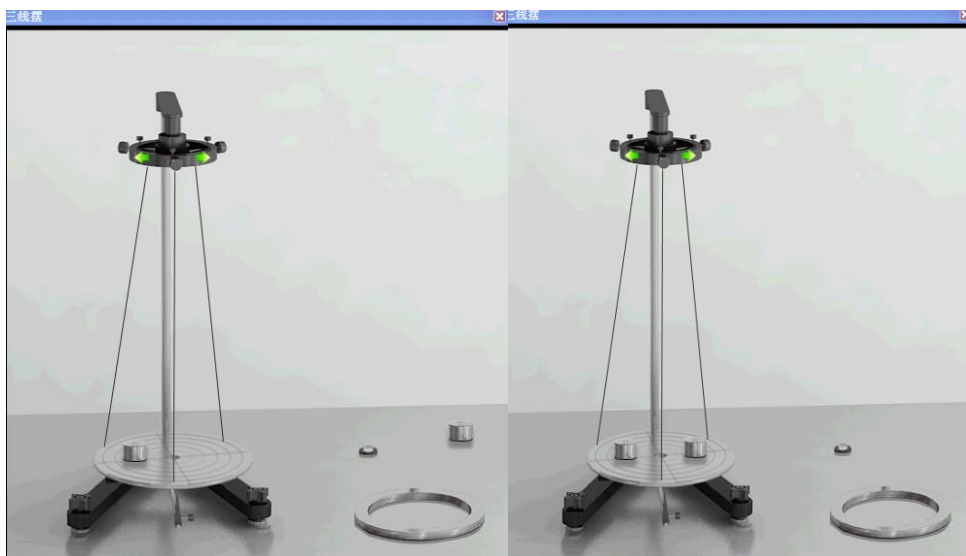


调节三线摆支架上方水平图

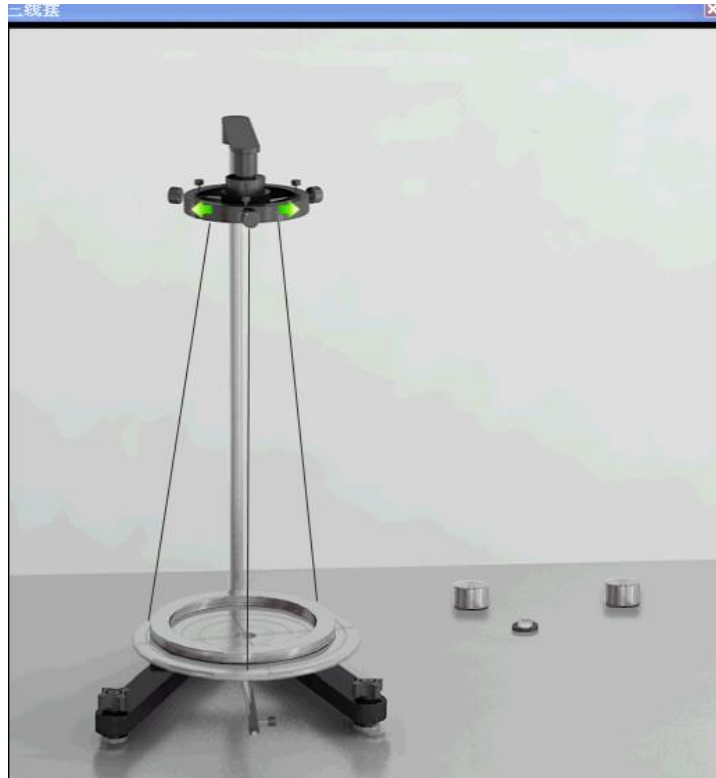
调节三线摆下圆盘水平图

通过三线摆支架下方两个调节旋钮调节支架上方水平，三线摆上圆盘上方的六个旋钮调节下圆盘水平。当调节下圆盘的平时，要先将水平调节开关打开。

放置物品：用鼠标拖动圆柱体和圆环，放在三线摆的下圆盘中，如下图：



当放置第二个圆柱体时，第二个圆柱体会自动找到与第一个圆柱体对称的位置。



放置圆环时，圆环会自动找到在下圆盘中的对称位置。当放置好两圆柱体或者圆环，通过拖动上圆盘上的转动图标，选择合适的转动角度，来转动三线摆；圆柱体、圆环、下圆盘的质量分别是 200.0g、385.5g 和 358.5g。

米尺：

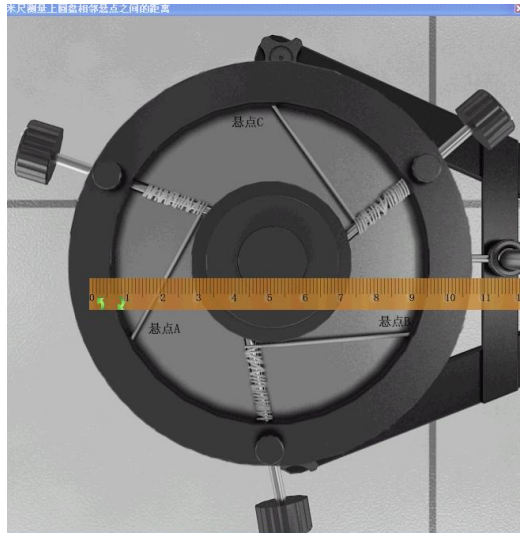
双击实验桌上米尺小图标，可弹出米尺的主窗体。如下图：



米尺的主界面

在主界面的右侧，可以选择不同的测量内容

1) 选择测量上圆盘悬点之间的距离，如下图：



上圆盘悬点之间的距离

可以上下、左右拖动米尺测量不同悬点之间的距离。

2) 选择测量上下圆盘之间的距离，出现下面的测量界面：

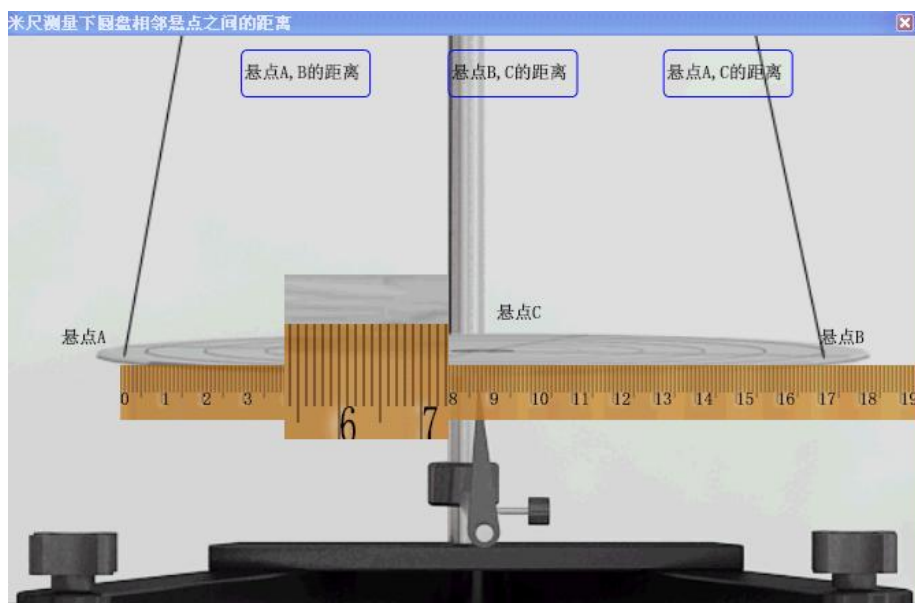


测量上下圆盘之间的距离

可以通过拖动左边白色区域来改变中间放大的米尺的视角；也可以上下

拖动中间放大的米尺，改变米尺的上下位置。

3) 点击测量下圆盘悬点之间的距离，出现下面的界面：

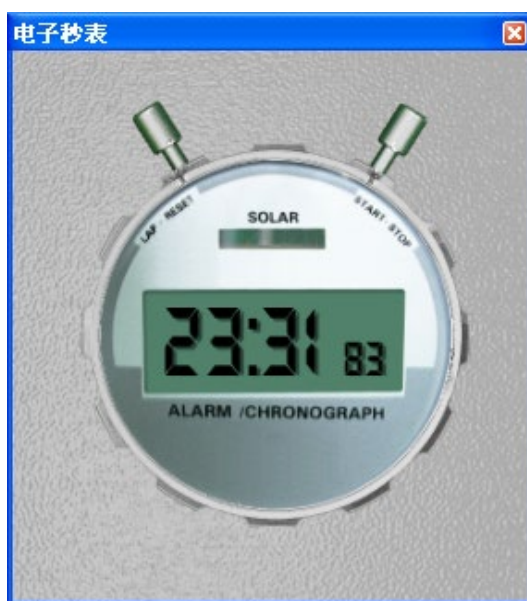


下圆盘悬点之间的距离

上方可以选择不同的测量内容；可以左右拖动米尺的位置，也可以左右拖动米尺上方的矩形框放大显示米尺的读数。

秒表：

双击整体图中的秒表，出现秒表的主视图，如下图：

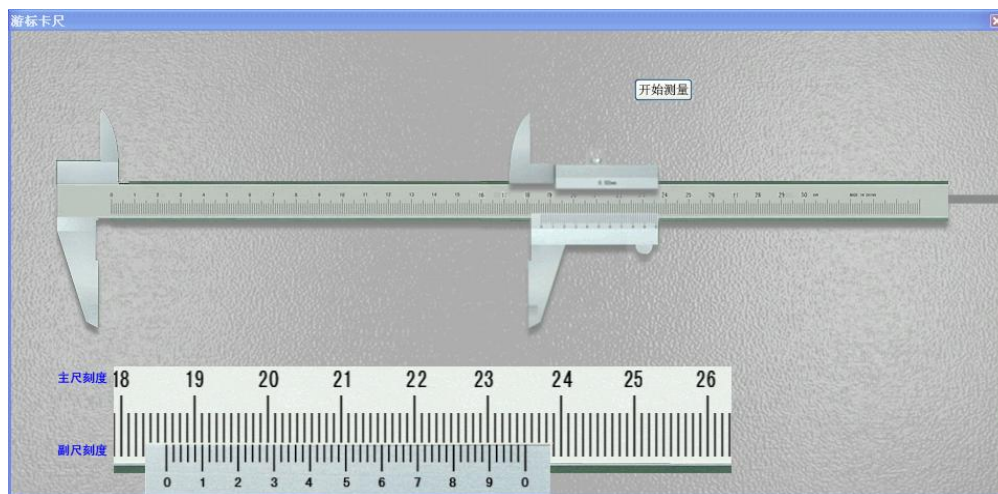


操作提示：

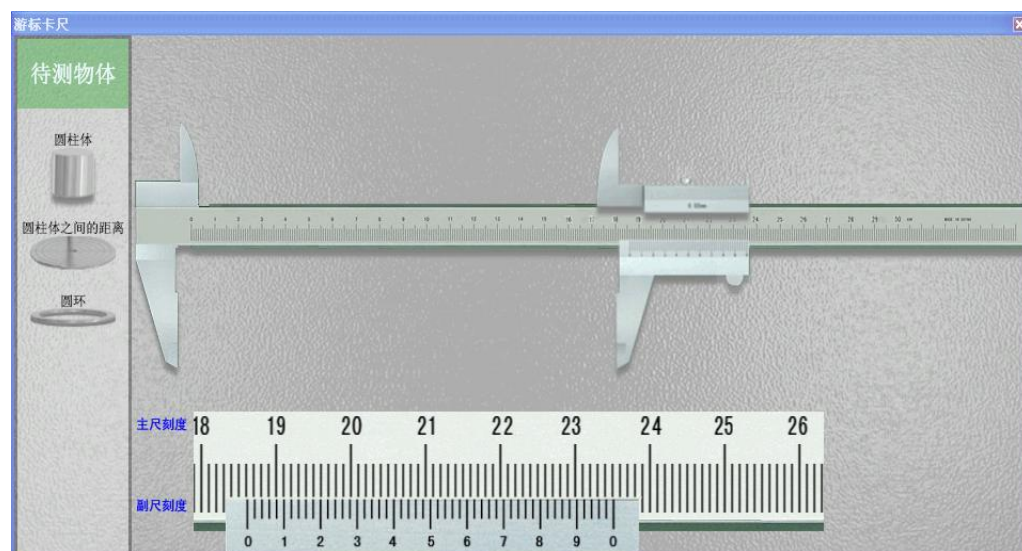
鼠标点击开始暂停按钮可以开始或者暂停计时,鼠标点击复位按钮可以对秒表复位。

游标卡尺：

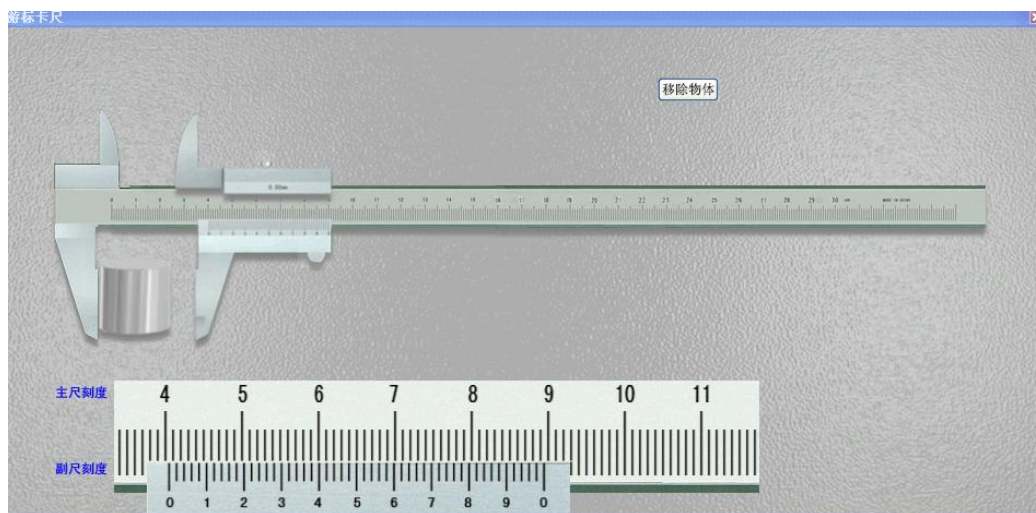
双击桌面上的游标卡尺，出现游标卡尺的主视图，如下图：



点击开始测量按钮，会出现待测物栏，如下图



右击锁定按钮，打开游标卡尺，拖动下爪一段距离；将圆环从待测物栏中拖动到两爪之间，松下鼠标，待测物会放在合适的位置，如下图：



五、实验指导

实验重点、难点:

- (1) 了解三线摆原理，并会用该原理测量物体转动惯量；
- (2) 掌握游标卡尺等测量工具的正确使用方法；
- (3) 加深对刚体转动惯量概念的理解。

辅助功能介绍:

界面的右上角的功能显示框:当在普通实验状态下,显示实验实际用时、记录数据按钮、结束操作按钮;在考试状态下,显示考试所剩时间的倒计时、记录数据按钮、结束操作按钮、显示试卷按钮(考试状态下显示)。

右上角工具箱:各种使用工具,如计算器等。

右上角 help 和关闭按钮: help 可以打开帮助文件,关闭按钮功能就是关闭实验。

实验仪器栏:存放实验所需的仪器,可以点击其中的仪器拖放至桌面,鼠标触及到仪器,实验信息提示栏会显示仪器的相关信息;仪器使用完后,则不允许拖动仪器栏中的仪器了。

提示信息栏:显示实验过程中的仪器信息,实验内容信息,仪器功能按钮信息等相关信息,按 F1 键可以获得更多帮助信息。

实验内容栏:显示实验名称和实验内容信息(多个实验内容依次列出),当前实验内容显示为黄色,其他实验内容为蓝色;可以通过单击实验内容进行实验内容

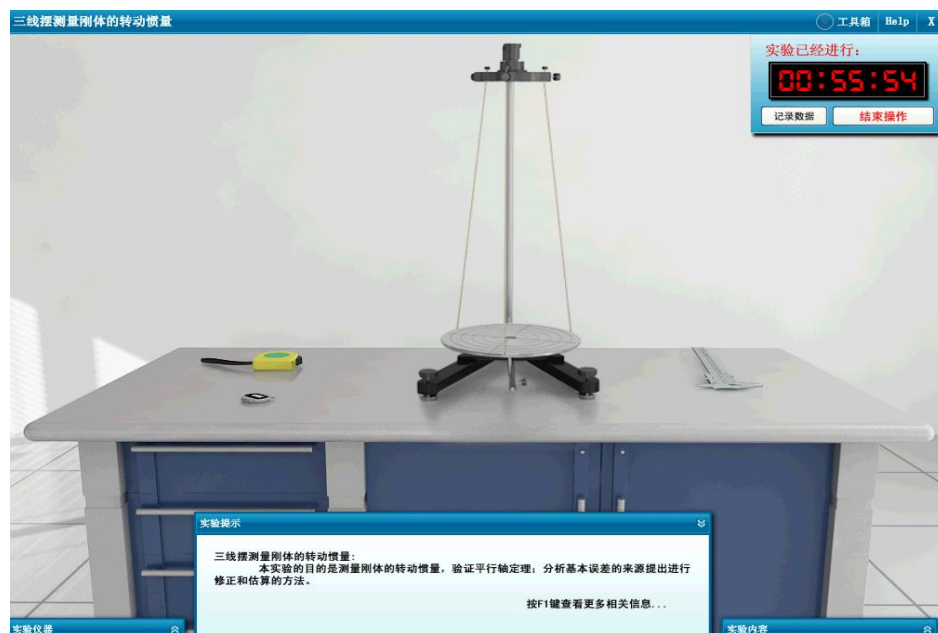
之间的切换。切换至新的实验内容后，实验桌上的仪器会重新按照当前实验内容进行初始化。

1. 正式开始实验：

(1) 开始实验后，从实验仪器栏中点击拖拽仪器至实验台上。三线摆无法删除。开始时实验仪器已经摆好在实验桌上。

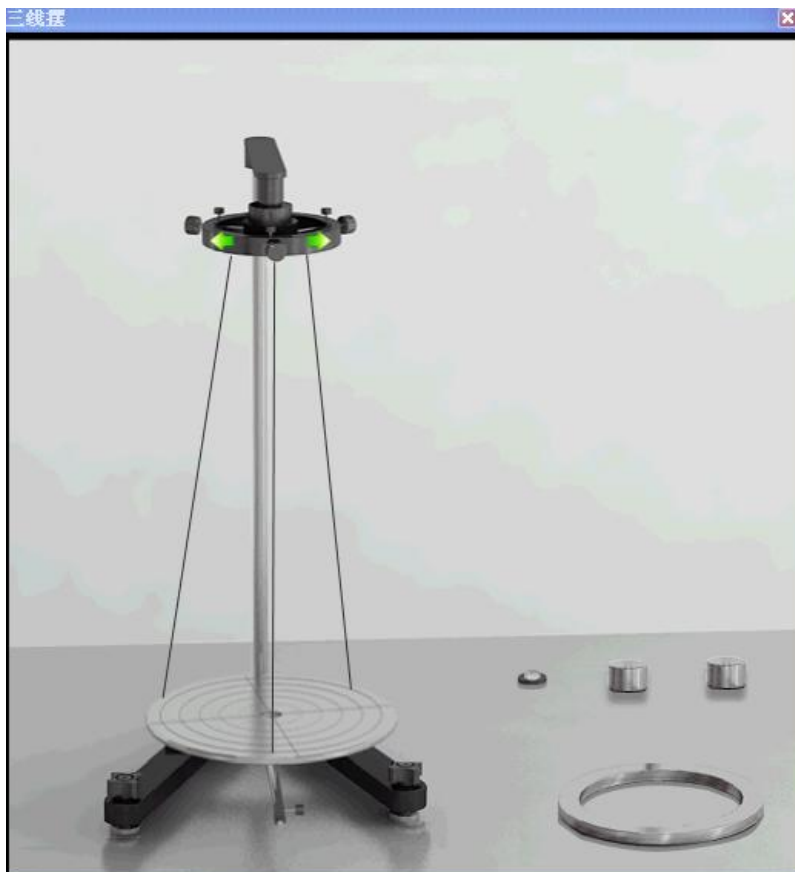


将实验仪器栏，实验提示栏和实验内容栏展开，将鼠标移至仪器各部分均会显示说明信息。



(2) 三线摆

双击桌面上三线摆小图标，弹出三线摆的操作窗体，包括三线摆摆动系统、两个圆柱体、圆环、水平仪等。



(3) 水平调节界面

将水平仪拖动到三线摆支架上方或下圆盘中，观察三线摆是否水平，如下图：



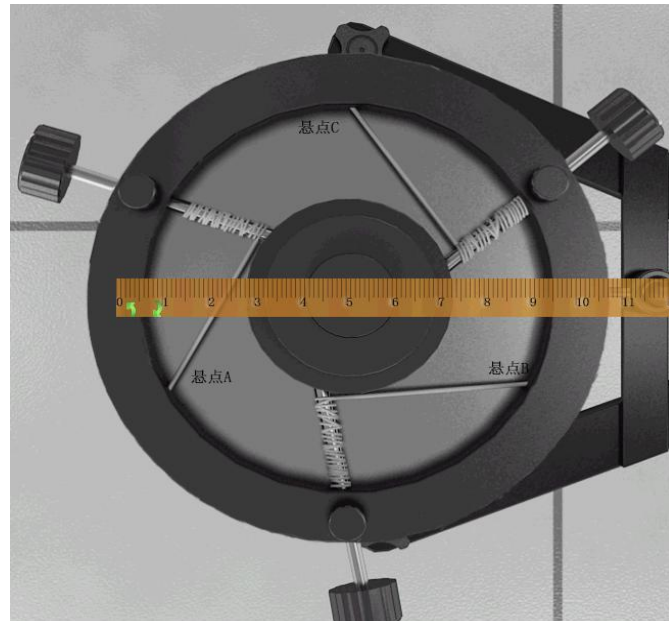
可以通过三线摆支架下方两个调节旋钮调节支架上方水平，三线摆上圆盘上方的六个旋钮调节下圆盘水平。当调节下圆盘的水平时，要先将水平调节开关打开。

(4) 米尺测量上圆盘悬点之间的距离

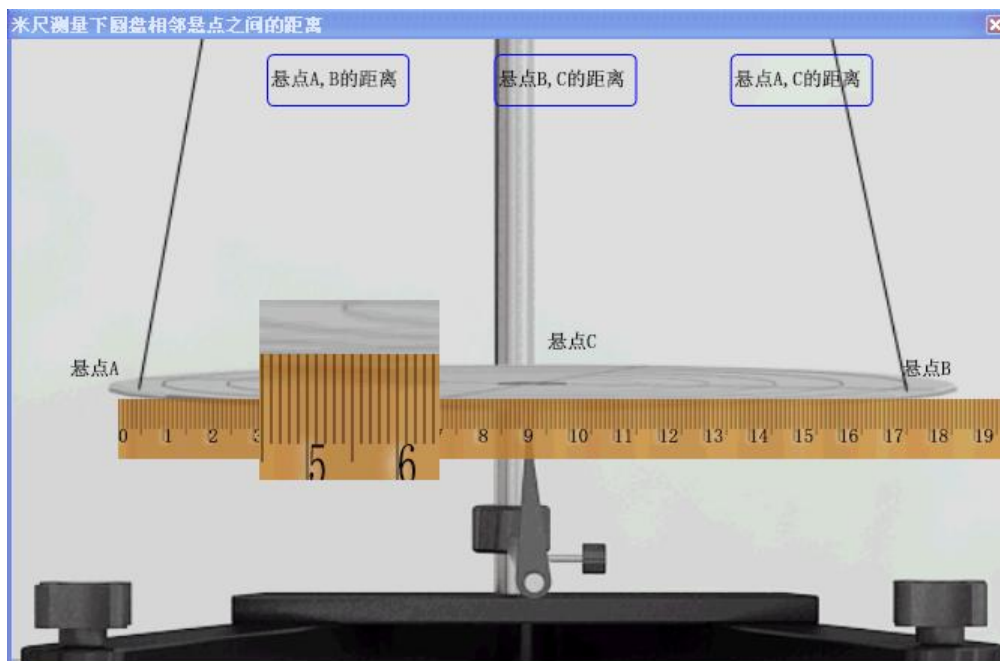
双击桌面上的米尺后，出现米尺的操作主界面，如下图：



选择“上圆盘悬点之间的距离”，如下图所示：



可以通过点击米尺上的选择方向图标来旋转改变米尺的角度。记下各个悬点之间的距离。同理，测量下圆盘悬点之间的距离。在测量下圆盘悬点之间的距离的视图中，有一个放大的区域，有利于清晰地读出刻度数，如下图：



测量出各个悬点之间的距离，填入表中。再用米尺测量出上下圆盘之间的距离，该步骤在米尺的主界面中完成，如下图：



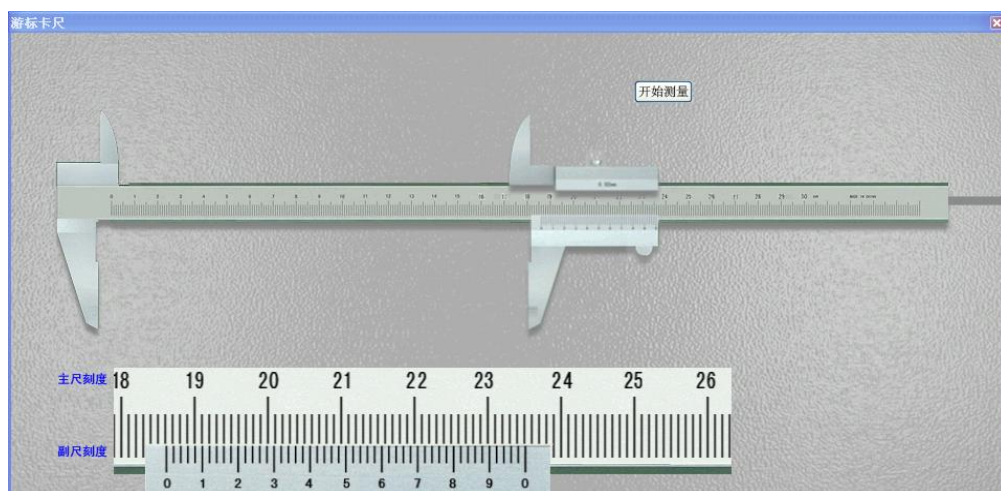
可以拖动该图左边的白色矩形框，右边同步放大显示米尺和三线摆，也可以拖动中间的米尺，改变其上下位置。

(5) 测量没有放置物品时三线摆的转动周期

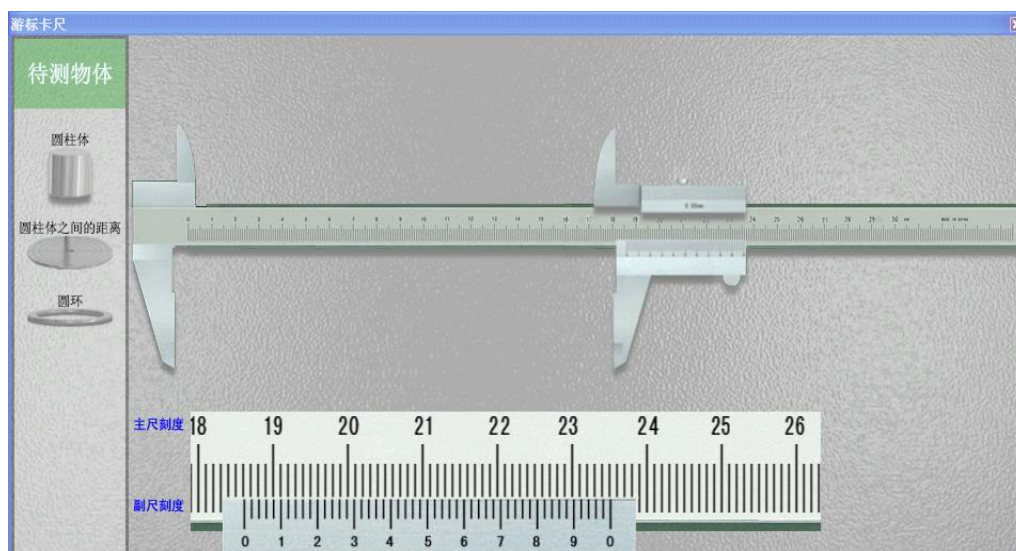
双击桌面上的电子停表，将三线摆拖动一个小角度，松开后，记录三线摆转动 20 个周期的时间。

(6) 游标卡尺测量圆环的内径

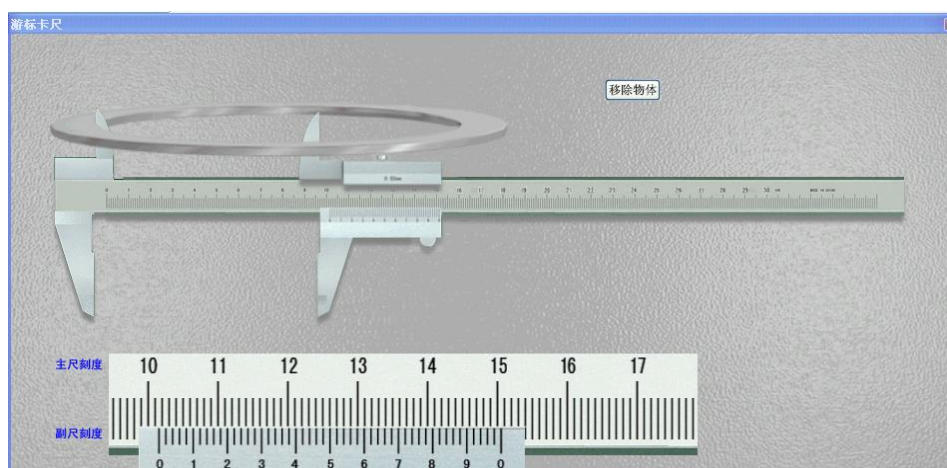
双击桌面上的游标卡尺，出现游标卡尺的主视图，如下图：



点击开始测量按钮后，在该图的左边出现测量内容，如下图：



右击锁定按钮，打开游标卡尺，拖动下爪一段距离；将圆环从待测物栏中拖动到两爪之间，如下图：

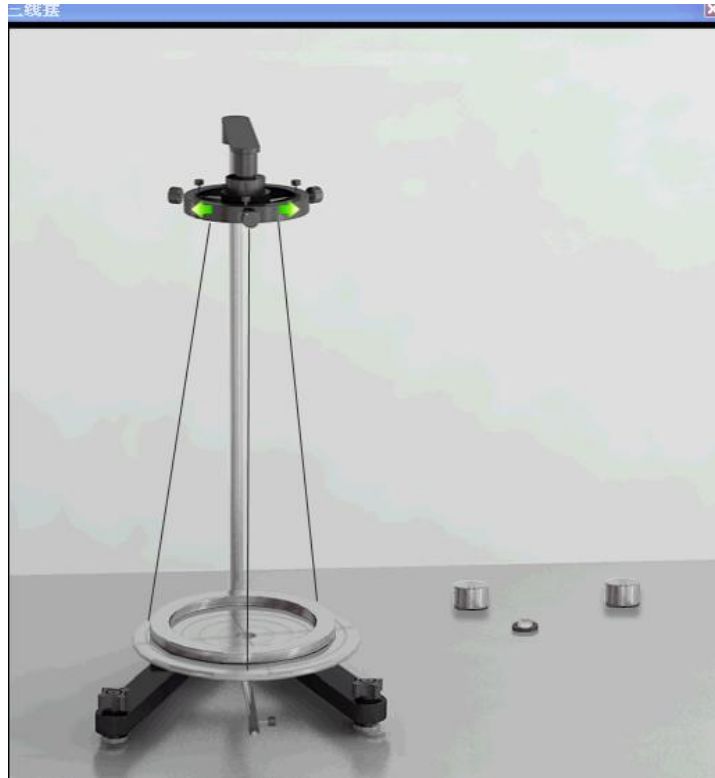


拖动游标卡尺进行测量，记下读数。如果需要重复测量某一物品时，点击清除物品按钮后，再次将物品拖动到游标卡尺上（下）爪的测量位置。

(7) 同理测量圆环的外径、圆柱体的直径以及在下圆盘上放好两圆柱体后两圆柱体之间的距离。

(8) 测量三线摆加上圆环后的转动周期

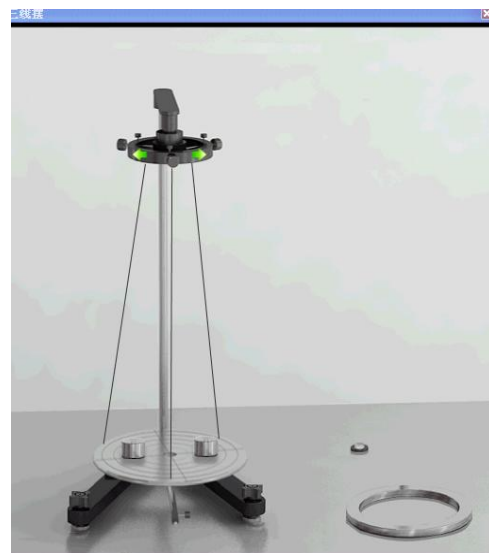
将圆环拖动到三线摆的下圆盘中，拖动圆环到下圆盘，放下圆盘时圆盘会自动停在下圆盘的对称位置。如下图：



转动三线摆，用电子停表记下周期。

(9) 测量下圆盘放好两圆柱体后的转动周期

将两圆柱体放在下圆盘上，当放好一个圆柱体后，拖动另一个圆柱体到下圆盘，松下鼠标后，圆柱体会自动放在与上一个圆柱体对称的位置上。如下图：



(10) 转动三线摆测量加上两圆柱体后的摆动周期。

(11) 完成实验。按照实验内容中的要求完成实验。保存数据，单击记录数据按钮弹出记录数据页面。



在记录数据页面的相应地方填写实验中的测量数据，点击关闭按钮，则暂时关闭记录数据页面；再次点击记录数据按钮会显示记录数据页面。

六、思考题：

1. 调节三线摆的水平时，是先调节上圆盘水平还是先调节下圆盘水平？
2. 三线摆的振幅受空气的阻尼会逐渐变小，它的周期也会随时间变化吗？
3. 如何测定任意形状物体对特定轴的转动惯量？

七、参考资料

1. 《大学物理实验》第一册，吴泳华，霍剑青，浦其荣，高等教育出版社，2001